

## Домаћи задатак

5. (а) У једној школи 330 ученика учи француски, 470 учи енглески, 420 учи руски, 140 француски и енглески, 180 француски и руски, 250 енглески и руски, а 120 енглески, француски и руски. Колико је ученика у тој школи?
- (б) Дат је скуп  $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Одредити скупове  $X$  и  $Y$  тако да буде  $X \subset E \wedge \{1, 2, 3\} \cap X = \{2, 3\}$  и  $Y \subset E \wedge Y \setminus \{2, 4\} = \{3, 5\} \wedge Y \cap \{1, 2, 4\} = \{2\}$ .
- (ц) Доказати скуповне једнакости трансформацијом у логичке формуле: (\*)  $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$   
(\*\*)  $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) \subset A \cup B$   
(\*\*\*)  $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$
6. (а) Испитати да ли су следеће исказне формуле таутологије:  
(\*)  $(p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow q$ ;    (\*\*)  $((p \Rightarrow q) \wedge \neg q) \Rightarrow \neg p$   
(\*\*\*)  $((p \wedge \neg q) \Rightarrow q \wedge \neg q) \Rightarrow (p \wedge q)$
- (б) Доказати да број 2 није решење једначине  $x^3 + x = 8$  користећи се методом свођења на апсурд.
- (ц) Ако је  $6x^3 + 7x^2 - 16x - 12 \neq 0$ , онда је  $x \neq \frac{3}{2}$ . Користити методу контрапозиције.
7. (а) Испитати да ли је дата исказна формула  $((p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s)) \Rightarrow (p \wedge r \Rightarrow q \wedge s)$  таутологија?
- (б) Дати су искази  $p : (51 + 47)^2 = 51^2 + 47^2 + 6 \cdot 17 \cdot 47$  и  $q : \text{формула } (x > 2 \vee x < 3 \Rightarrow x^2 - 3 > 1)$  има четири решења на скупу  $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ .  
Одредити  $\tau(F_1)$  и  $\tau(F_2)$ , ако је:  
 $F_1 : (\neg p \vee q) \Rightarrow ((p \Leftrightarrow \neg q) \vee (r \Rightarrow s) \wedge \neg(s \vee t))$   
 $F_2 : (p \Rightarrow p \vee q) \vee (\neg p \Leftrightarrow (q \wedge r)) \vee (s \vee t \Rightarrow \neg r)$
8. (а) Нека су  $A, B, C \subset Z$  и  $A = \{x \mid 3 \mid x \wedge x^2 < 100\}$ ,  
 $B = \{x \mid (6x - 3)(2x + 1) - 5(2x + 1)^2 + (3x - 1)^2 < (x - 1)^2\}$ ,  
 $C = \{x \mid (x < 2 \vee x > 5) \wedge x \mid 24\}$ . Одредити  $A \cup B, A \cap B \cap C, A \setminus B, C \setminus (A \cup B)$ .
- (б) У преводилачкој агенцији ради 59 преводилаца. Руски или енглески зна 49, француски или руски зна 45, енглески или француски зна 48. Колико преводилаца преводи са тачно једног језика, колико са тачно два, а колико не преводи са руског, ако је познато да руски зна 26, француски 27 а енглески 35?