

ZADACI IZ GEOMETRIJE

1. Simetrala ma kojeg unutrašnjeg ugla trougla obrazuje sa naspramnom stranicom dva ugla čija je razlika jednaka razlici druga dva unutrašnja ugla trougla. Dokazati.
2. Dokazati da simetrala spoljašnjeg ugla trougla sa naspramnom stranicom obrazuje ugao jednak polurazlici unutrašnjih uglova trougla, nesusednih sa datim spoljašnjim uglom.
3. Ako se spoljašnji ugao kod temena A poveća za 35° , a spoljašnji ugao kod temena B smanji za 20° , tada se unutrašnji ugao kod temena C trougla ABC poveća za svoju četvrtinu. Izračunati ugao kod temena C .
4. Ako su AD i BE visine trougla ABC dokazati da je :
a) $\angle DAC = \angle EBC$; b) $\angle ACB = \angle ABE + \angle BAD$.
5. Spoljašnji ugao jednakokrakog trougla je 72° . Izračunati ugao između visine i simetrale unutrašnjeg ugla, ako one sadrže isto teme osnovice kao i ugao između visina koje odgovaraju kracima.
6. Simetrala pravog ugla proizvoljnog pravouglog trougla polovi ugao koji obrazuju visina i težišna linija iz temena pravog ugla.
7. Na hipotenuzi BC trougla ABC date su tačke D i E , takve da je $BE = AB$ i $CD = AC$. Izračunati ugao DAE .
8. U pravouglom trouglu jedan od uglova je 30° . Ako je tačka M središte hipotenuze i N tačka katete takva da je prava MN normalna na hipotenuzu, onda je duž MN tri puta manja od veće katete datog trougla. Dokazati.
9. U pravouglom trouglu ABC konstruisana je visina CD . Tačka M je središte duži CD , a tačka N središte duži BD . Dokazati da je $AM \perp CN$.
10. Neka je M proizvoljna tačka u $\triangle ABC$. Dokazati da je $\angle ACB < \angle AMB$.
11. Simetrala ugla između dijagonale i stranice romba, određuje sa drugom stranicom ugao od 72° . Izračunati uglove romba.
12. Koji od navedenih iskaza su tačni :
a) Svaki paralelogram ima najmanje dva jednaka ugla.
b) Neki paralelogrami imaju jednake dijagonale.
c) Svaki četvorougao koji ima dve stranice paralelne, a druge dve jednake, jeste paralelogram.
d) Četvorougao je paralelogram akko mu se dijagonale uzajamno polove.

13. Dat je paralelogram $ABCD$, tačka M na stranici AB i tačka N na stranici CD , tako da je $MB = DN$. Ugao ANB je 117° . Koliki je ugao između dijagonala četvorougla $BCNM$?
14. Normala iz temena na dijagonalu pravougaonika seče tu dijagonalu tako da je jedan odsečak tri puta veći od drugog odsečka. Izračunati ugao pod kojim se seku dijagonale pravougaonika.
15. U paralelogramu $ABCD$ tačka M je središte duži AB , a tačka N je središte CD . Dokazati da prave AN i CM dele dijagonalu BD na tri jednaka dela.
16. Dokazati da su središta stranica i podnožje bilo koje visine u trouglu temena jednakokrakog trapeza.
17. Oštrogli trougao ima ortocentar H . Tačke M, N, P, Q su redom središta duži BH, CH, AC i AB . Dokazati da je četvorougao $MNPQ$ pravougaonik.
18. Ako je s poluobim i c hipotenuza pravouglog trougla, onda je poluprečnik upisanog kruga jednak $s - c$. Dokazati.
19. Neka su AP i AQ tangentne duži datog kruga. Ako se kroz tačku M većeg luka PQ konstruiše tangenta koja seče AP i AQ redom u tačkama B i C , dokazati da su $AB + AC - BC$ i $\angle BOC$ konstantne veličine.
20. Neka su A, B i C tri nekolinearne tačke i neka je $M, M \neq B$, zajednička tačka krugova konstruisanih nad prečnicima AB i BC . Dokazati da su tačke A, C i M kolinearne.
21. Ako se dve jednake tetive nekog kruga seku, onda su delovi jedne jednaki delovima druge tetive. Dokazati.
22. U datom krugu prečnika AB data je tetiva DC , paralelna sa AB . Dokazati da je u trouglu ACD razlika dvaju uglova jednaka pravom uglu.
23. Oko trougla ABC , $b > c$, opisan je krug. Iz središta E luka \widehat{BC} povučen je prečnik ED . Dokazati da je $\angle DEA = \frac{1}{2}(\beta - \gamma)$.
24. Na stranici BC trougla ABC data je tačka M . Neka su O_1 i O_2 centri krugova opisanih oko $\triangle ABM$ i $\triangle ACM$. Dokazati da je $\angle O_1AO_2 = \angle BAC$.
25. Dat je tangentni četvorougao $ABCD$. Ako je O centar upisanog kruga ovog četvorougla, dokazati da je $\angle AOB + \angle COD = 180^\circ$.
26. Dokazati da tačke simetrične ortocentru trougla u odnosu na stranice pripadaju opisanom krugu.
27. Neka je H ortocentar trougla ABC i neka je D tačka na krugu opisanom oko trougla ABC koja je dijametralno suprotna tački C . Dokazati da je četvorougao $ADBH$ paralelogram.
28. Neka je H ortocentar trougla ABC , O centar opisanog kruga i E središte stranice BC . Dokazati da je $AH = 2OE$.
29. Dokazati da je proizvoljan konveksan četvorougao potpuno pokriven sa četiri kruga konstruisana nad njegovim stranicama kao prečnicima.

30. Četvorougao ima tri unutrašnja ugla: $103^{\circ} 34'$, $75^{\circ} 16'$ i $104^{\circ} 44'$. Može li se oko ovog četvorougla opisati krug?
31. Kakav se trapez može upisati u krug?
32. Ako je srednja linija jednakokrakog trapeza jednaka kraku, dokazati da se u taj trapez može upisati krug.
33. Teme ugla α je izvan datog kruga. Kraci ugla određuju na krugu dva luka koji su u razmeri 3:10. Veći od tih lukova odgovara centralnom uglu od 40° . Koliko stepeni ima ugao α ?
34. Dat je konveksan četvorougao $ABCD$. Ako je $\angle ABD = 50^{\circ}$, $\angle ADB = 80^{\circ}$, $\angle ACB = 40^{\circ}$ i $\angle DBC = \angle BDC + 30^{\circ}$, izračunati $\angle DBC$.
35. Neka su M i N tačke dodira kruga upisanog u trouglu ABC sa stranicama AB i AC , a P tačka preseka prave MN sa simetralom ugla ABC . Dokazati da je ugao BPC prav.
36. U krug k je upisan $\triangle ABC$. Znajući uglove α, β, γ ovog trougla, izračunati uglove trougla koji obrazuju tangente na krug k u tačkama A, B, C .
37. Tangente iz tačke P dodiruju krug k sa centrom O u tačkama A i B . Ako je $K = k \cap PO$, dokazati da je prava AK simetrala ugla PAB .