

Домаћи за четврту недељу

13. (а) Одредити интервале монотоности за следеће функције:
 $y = -x^2 + 2x + 3$, $y = -(x - 4)^3$, $y = -\frac{1}{x}$,
 $y = \log_2(x + 3)$, $y = \frac{1}{\log_2(x+3)}$, $y = \sin x$, $y = \frac{1}{\sin x}$
- (б) Испитати ограниченост следећих функција:
 $y = \frac{1}{x^2+1}$, $y = \frac{x^2}{x^2+1}$, $y = \frac{x^2-2x-3}{x^2+2}$, $y = \frac{1}{x^2+6x+10}$,
 $y = \frac{1}{x^2+6x+8}$, $y = \frac{x^3}{1+x^2}$, $y = 2^{-x^2}$, $y = \frac{e^x+e^{-x}}{2}$,
 $y = 24 \sin x - 7 \cos x$, $y = [x]$, $y = \{x\}$
14. (а) Одредити да ли је функција парна, непарна или ни парна ни непарна:
 $y = x + x^2$, $y = x^4 + 3x^2 - 2$, $y = \sqrt{1-x+x^2} - \sqrt{1+x+x^2}$,
 $y = x |x|$, $y = \sin x - x^3$, $y = \sin^2 x - x^2$, $y = x \cos x$,
 $y = \sin(\cos x)$, $y = \cos(\ln |x|)$, $y = \frac{2^x-1}{2^x+1}$, $y = \ln \frac{1+x}{1-x}$,
 $y = \log_2(x + \sqrt{x^2+1})$, $y = \left(x - \log_3 \frac{2+x}{2-x}\right) \cdot \log_2 \frac{x+1}{x-1}$
- (б) Одредити период следећих функција:
 $y = \sin 3x$, $y = \sin \frac{3}{2}x + 5 \cos \frac{5}{6}x$, $y = \sin^6 x + \cos^6 x$,
 $y = \sin(3x + 2)$, $y = \sin x \cdot \cos 3x$, $y = \tan \frac{3}{5}x + \sin \frac{5}{7}x + \cos \frac{7}{10}x$,
 $y = \tan \frac{3}{4}\pi x$, $y = \cos 3\pi x + \sin 2\pi x$, $y = |\sin x|$, $y = |\cos x|$
- (ц) Доказати да је број π период функције f :
 $f(x) = \frac{\sin 2x}{1+\sin^2 x}$, $f(x) = \tan^2 x - |\cos x|$
- (д) Одредити период функције $f(x) = \{x\}$ (разломљени део од x), при чему је $\{x\} = x - [x]$. Да ли су периодичне функције $f(x) = a\{x\}$, $f(x) = \{ax\}$, $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- (е) Доказати да функције $f(x) = \cos \sqrt[3]{x}$, $f(x) = \sin |x|$, $f(x) = \sin(x^2)$ нису периодичне.
- (ф) Доказати да је функција $f(x) = \sqrt{\log_3 \cos \frac{2\pi x}{\sqrt{2}}}$ периодична. Одредити њен период.
15. (а) Скицирати и прочитати са графика особине функција:
 $y = \frac{\sin x}{|\sin x|}$, $y = \sqrt{1 - \sin^2 2x}$, $y = \sqrt{1 - 2x + x^2} - \sqrt{x^2 - 4x + 4}$,
 $y = \sqrt{x + 4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x - 4\sqrt{x-4}}$, $x \in [4, 8]$, $y = 10^{\log x}$,
 $y = e^{\ln(x^2-4x+3)}$, $y = 10^{\log(|x+1|^{-2})}$, $y = [x]^2$, $y = \{x\}^2$.
- (б) Колико решења имају једначине:
 $\cos \pi x = \frac{x^2}{100}$, $\frac{1}{3} |x| = 2 |\sin 2x|$, $2^{1-|x|} = \frac{1}{3} |4x^2 - 9|$,
 $||x| - 1| = 2^{|x|}$, $2^{-\operatorname{sgn} x} = \cos \frac{\pi}{2}$
16. Писмена вежба