Домаћи за пету недељу, другИ део

19. (а) Одредити следеће граничне вредности:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+2x+2008}{2x^2+1} \qquad \lim_{x\to\infty}\frac{2x^5+3x+2007}{5x^2+3x+2008}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+2x+2008}{x^4+3x^2-1} \qquad \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2-3}{2x^2+x+1}+\frac{x}{2-x}\right)$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^3}{2x^2-1}+\frac{x^2}{2x+1}\right) \qquad \lim_{x\to\infty}\frac{(x+1)^4-(x-1)^4}{(x^2+1)^2-(x^2-1)^2}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{(x+1)^3-(x-1)^3}{(x+1)^2+(x-1)^2} \qquad \lim_{x\to\infty}\frac{(2x+1)^4-(x+1)^4}{(2x+1)^4+(x-1)^4}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{1+2+\ldots+x}{(x+1)^2} \qquad \lim_{x\to\infty}\frac{1+3+\ldots+2x-1}{2+4+\ldots+2x}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{1^2+2^2+\ldots+x^2}{x^3} \qquad \lim_{x\to\infty}\frac{1^2+3^2+\ldots+(2x-1)^2}{2^2+4^2+\ldots+(2x)^2}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{1\cdot2+2\cdot3+\ldots+x(x+1)}{x^3} \qquad \lim_{x\to\infty}\frac{1\cdot2\cdot3+2\cdot3\cdot4+\ldots+x(x+1)(x+2)}{1^3+2^3+\ldots+n^3}$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\ldots+\frac{1}{x(x+1)}\right) \qquad \lim_{x\to\infty}\frac{1\cdot3\cdot5+2\cdot4\cdot6+\ldots+x(x+2)(x+4)}{1\cdot3\cdot3+2\cdot5\cdot4+\ldots+x(2x+1)(x+2)}$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{1}{1\cdot7}+\frac{1}{3\cdot9}+\ldots+\frac{1}{(2x-1)(2x+5)}\right) \qquad \lim_{x\to\infty}\left(\frac{1}{1\cdot2\cdot3}+\frac{1}{2\cdot3\cdot4}+\ldots+\frac{1}{x(x+1)(x+2)}\right)$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{x^2}\right) \qquad \lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{6}\right)\ldots\left(1-\frac{2}{x(x+1)}\right)$$

(б) Израчунати следеће граничне вредности:

$$\lim_{x\to1}\frac{x^2-2x+1}{x^3-x} \qquad \lim_{x\to7}\frac{2x^2-11x-21}{x^2-9x+14}$$

$$\lim_{x\to-5}\left(\frac{6(x+3)}{x^2+6x+5}-\frac{5(x+2)}{x^2+5x}\right) \qquad \lim_{x\to3}\frac{x^3-5x^2+8x-6}{x^3-4x^2+5x-6}$$

$$\lim_{x\to1}\frac{x^m-1}{x^n-1} \qquad \lim_{x\to1}\frac{x+x^2+\ldots+x^n-n}{x-1}$$

$$\lim_{x\to1}\frac{x^{100}-2x+1}{x^{50}-2x+1} \qquad \lim_{x\to1}\frac{x^{n+1}-(n+1)x+n}{(x-1)^2}$$

$$\lim_{x\to1^+}\frac{|\,x-1\,|}{x-1} \qquad \lim_{x\to-2^-}\frac{|\,x+2\,|}{x+2}$$

(ц) Одредити $a\in R$, $b\in R$ тако да је $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x+1}-ax-b\right)=0$.

(д) Да ли функција $f(x)=\dfrac{Ax^3}{x+a}+\dfrac{Bx^3}{x+b}+\dfrac{Cx^3}{x+c}$ подесним избором константата $A,B,C,a,b,c\in R$ може остати ограничена када $|\,x\,|\to+\infty$?

20. (а) Одредити граничне вредности следећих ирационалних функција:

$$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}) \qquad \lim_{x\to\infty}(\sqrt{4x^2+3}-2x)$$

$$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+2x+2}-\sqrt{x^2-4x+3} \qquad \lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2-5x+6}-x)$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2-5x+3}-\sqrt{x^2+3x-5}} \qquad \lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{3x+2}-\sqrt{3x-1}}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x}}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{25x^2+4}-5x}{4x-\sqrt{16x^2+5x}} \qquad \lim_{x\to\infty}(\sqrt[3]{2x+1}-\sqrt[3]{2x-1})$$

$$\lim_{x\to\infty}(\sqrt[3]{x^3+3x^2+2}-x) \qquad \lim_{x\to\infty}(x+\sqrt[3]{x^2-x^3})$$

$$\lim_{x\to\infty}(\sqrt[3]{x^6+2x^4+1}-x^2) \qquad \lim_{x\to\infty}\frac{x-\sqrt[3]{x^3+x+1}}{x(\sqrt[3]{8x^3+1}-2x)}$$

$$\lim_{x\to\infty}(\sqrt[4]{x^2+4x+3}-\sqrt[4]{x^2+2x+3}) \qquad \lim_{x\to\infty}x(\sqrt{16x^4+x^2}-2x)$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[3]{x^3+x^2+1}-x}{\sqrt[4]{x^4+3x^3+2}-x} \qquad \lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[5]{x^7+3x^6+2}+\sqrt[4]{2x^4+3}}{\sqrt[6]{x^8+2x^4-1}-3x+2}$$

(б) Одредити граничне вредности:

$$\lim_{x\to5}\frac{\sqrt{x-1}-2}{x-5} \qquad \lim_{x\to1}\frac{x^2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$$

$$\lim_{x\to4}\frac{\sqrt{2x-5}-\sqrt{x-1}}{x^2-3x-4} \qquad \lim_{x\to0}\frac{3\sqrt{x^2+x+1}-3-x}{x}$$

$$\lim_{x\to5}\frac{\sqrt{6-x}-1}{3-\sqrt{4+x}} \qquad \lim_{x\to65}\frac{\sqrt{x-1}-8}{\sqrt[3]{x-1}-4}$$

$$\lim_{x\to3}\frac{\sqrt{3+2x}-3}{2\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{5x+1}} \qquad \lim_{x\to-2}\frac{x^5+32}{\sqrt[4]{3x+8}-\sqrt[4]{2}}$$

(ц) $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+a_1x+b_1}+\sqrt{x^2+a_2x+b_2}+\ldots+\sqrt{x^2+a_nx+b_n}-nx)$

$$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2-5x+6}+\sqrt{4x^2+3x+5}-3x)$$

$$\lim_{x\to\infty}(\sqrt[3]{27x^3-7x^2+8x-3}-\sqrt{9x^2+5x-8})$$

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{3x+4}{2x+\sqrt{x^2+4}} \qquad \lim_{x\to\pm\infty}\frac{x+\sqrt{x^2+a^2}}{x+\sqrt{x^2+b^2}}$$

(д) Одредити $a,b,c\in R$ тако да је

$$\lim_{x\to-\infty}(\sqrt{x^2-x+1}-ax+b)=0; \qquad \lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^4+2x^3}-ax^2-bx-c)=0$$

(е) Комбинујући различите методе израчунати

$$\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{2-x}-\sqrt[3]{2-x^2}}{x-1} \qquad \lim_{x\to1}\frac{\sqrt[3]{7+x^3}-\sqrt{3+x^2}}{x-1}$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\sqrt[m]{1+\alpha x}-1}{x} \qquad \lim_{x\to0}\frac{\sqrt[m]{1+\alpha x}\,\sqrt[n]{1+\beta x}-1}{x}$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{1-2x}-\sqrt[3]{1-3x}}{x^2}$$