Домаћи задатак за трећу недељу

9. (а) Одредити област дефинисаности следећих функција:
$y = 3x^2 - 7x + 5$; $y = \dfrac{2x-1}{3x+2}$; $y = \dfrac{x^2-4}{x^2+x+1}$; $y = \dfrac{x^2-4}{2x^2-x-3}$;
$y = \sqrt{6-x-x^2}$; $y = \sqrt{\dfrac{x^2-1}{x^2+7x+10}}$; $y = \log_{x^2-1}(6x^2-x-1)$;
$y = \log\dfrac{5-x}{4+x}$; $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x+2)+3}$; $y = \sqrt{(x^2-4)\log_2(x+1)}$;
$y = \sin\dfrac{x}{2x+1}$; $y = \dfrac{\sqrt{4-x^2}}{\sin 4(x-1)\pi}$; $y = \log_2\log_{\frac{1}{2}}(x^2-1)$;
$y = \sqrt{\dfrac{9x^2+12x+4}{x-2}} + \sqrt{(6x^2+x-40)\cdot\log_2\left(\dfrac{1}{2}x+1\right)}$.

(б) Функција $f(x)$ дефинисана је на $[0,1]$. Одредити област дефинисаности функције $f\left(\dfrac{x^2-1}{x+2}\right)$.

(ц) Одредити D_x следећих функција:
$y = \log(\sqrt{3x^2-2x-1} - 2(x-1))$; $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}(6^{x+1}-36^x)+2}$;
$y = \log(4\sin^2 x - 2(\sqrt{3}+1)\sin x + \sqrt{3})$;
$y = \sin\dfrac{2x-1}{x+2} + \sqrt{x^2-x} + \dfrac{1}{\log_2(x+5)}$.

(д) Одредити D_x и D_y следећих функција:
$y = x^2 - 4$; $y = (2x+1)(x-2)$; $y = \sqrt{-\frac{1}{3}x^2 - 2x - \frac{22}{9}}$;
$y = \sqrt{\frac{1}{2}x^2 - 3x + 3}$; $y = 3\cdot 2^{-|x-2|} - \frac{5}{4}$; $y = \dfrac{2^x+2^{-x}}{2}$;
$y = \dfrac{2x^2-x-1}{x^2+1}$; $y = \sqrt{(x-a)(x-b)+(x-b)(x-c)+(x-c)(x-a)}$;
$y = 7\sin x - 24\cos x$; $y = 2\cos^2 x - 2\cos x + 3$; $y = 2\cos^2 x + \sqrt{3}\sin 2x$

10. (а) Одредити D_x следећих функција:
$f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2-4}}{\log_2(x^2+2x-3)}$; $g(x) = \sqrt{\dfrac{\ln x}{8-2^x}}$; $h(x) = \ln(1+\sin x)$;
$j(x) = \arccos\dfrac{4^x-2}{4^x+2}$; $k(x) = \arcsin(\ln(x+1))$;
$l(x) = \arcsin(4x^2+2x-1) + \sqrt[4]{\dfrac{x^2-5x+6}{x^2}}$.

(б) Дате су реалне функције
$f_1(x)=(x-1)^2,\quad f_2(x)=|x-1|^2,\quad f_3(x)=\sqrt{\frac{(x-1)^5}{x-1}},$
$f_4(x)=|x-1|\sqrt{x^2-2x+1},\ f_5(x)=(x-1)\sqrt{(x-1)^2}.$
Испитати која су од следећих тврђења тачна:
А) све фје су међусобно различите; Б) $f_3\neq f_1=f_2=f_4\neq f_5$;
Ц) $f_1=f_2=f_3=f_4\neq f_5$; Д) $f_3\neq f_1=f_2\neq f_4$ и $f_1\neq f_5$;
Е) све фје су једнаке

(ц) Дате су функције $f_1(x)=1,\ f_2(x)=\frac{x}{|x|},\ f_3(x)=tgx\cdot ctgx$; $f_4(x)=\frac{\sqrt{x^2}}{x},\ f_5(x)=\log_2 2^x$. Које су од ових функција једнаке међусобно, а које различите?

(д) Дате су функције
$f_1(x)=2\log_2 x,\ f_2(x)=\log_2 x^2,\ f_3(x)=2\log_2|x|,\quad f_4(x)=\frac{2}{\log_x 2}.$
Испитати који су од следећих исказа тачни:
А) све фје су међусобно једнаке; Б) $f_1=f_2=f_3\neq f_4$;
Ц) међу датим функцијама нема међусобно једнаких;
Д) $f_1=f_4\neq f_2\neq f_3$; Е) $f_1\neq f_2=f_3\neq f_4\neq f_1$

(е) Дате су функције $f_1(x)=1,\ f_2(x)=tg\frac{x}{2}\cdot ctg\frac{x}{2},\ f_3(x)=\frac{|\sin x|}{\sqrt{1-\cos^2 x}},$ $f_4(x)=\frac{\sqrt{1+\cos 2x}}{|\sqrt{2}\cdot\cos x|}$. Испитати која су тврђења тачна:
А) све фје су међусобно једнаке; Б) $f_1\neq f_3=f_4\neq f_2\neq f_1$;
Ц) $f_1\neq f_2=f_3\neq f_4$; Д) $f_1\neq f_2=f_3=f_4$; Е) нема једнаких.

(ф) Дате су фје $f_1(x)=2^{\log_2 x},\ f_2(x)=\log_2 2^x,\ f_3(x)=x,\ f_4(x)=|x|$. Које од ових фја су међусобно једнаке, а које различите?

11. Одредити D_x следећих функција

(а) $y=\sqrt{(2x^2-3x-2)\cdot\log_2(x+1)}$
А) $[2,+\infty)$; Б) $(-1,+\infty)$; Ц) $(-\infty,-\frac{1}{2}]\cup[2,+\infty)$;
Д) $[-\frac{1}{2},0]\cup[2,+\infty)$; Е) $(-1,-\frac{1}{2}]\cup[0,2]$.

(б) $y=\sqrt{\frac{(x-6)^2(3-x)}{x+5}}$:
А) $(-5,3]$; Б) $[-5,-3]$; Ц) $(-\infty,-5)\cup[3,+\infty)$;
Д) $(-\infty,-5)\cup[3,6]$; Е) $(-5,3]\cup\{6\}$.

(ц) $y=\sqrt{\log^2_{\frac{1}{2}} x-\log_{\frac{1}{2}} x-6}$
А) $(0,\frac{1}{8}]\cup[4,+\infty)$; Б) $(-\infty,\frac{1}{8}]\cup[4,+\infty)$; Ц) $(\frac{1}{8},\frac{1}{4})$; Д) $[\frac{1}{8},\frac{1}{4})$;
Е) нема тачног одговора

(д) $y=\sqrt{(x^2-3x-10)\cdot\log^2(x-3)}$:
А) $(3,4)\cup[5,+\infty)$; Б) $(-\infty,-2]\cup[5,+\infty)$; Ц) $\{4\}\cup[5,+\infty)$;
Д) $[5,+\infty)$; Е) нема тачног одговора

(е) $y=\dfrac{\sqrt[4]{16-x^2}}{1-\sin x\cdot\sin 7x}$

(ф) $y=\dfrac{\sqrt[4]{64-9x^2}}{2-\sin x-\sin 5x}$

12. Одредити нуле и знак следећих функција

(а) $y = 2x - 3$, $y = 4x^2 - 4x - 3$, $y = (2x-3)^3 - (9-x)^3$,
$y = x^3 - 3x^2 - 10x + 24$, $y = 12x^3 + 32x^2 + 15x - 9$,
$y = x|x| - (x+1)|2x-5| - 5$, $y = 8x^4 - 4x^3 - 26x^2 + x + 6$,
$y = 36x^4 + 5x^2 - 1$; $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$, $y = x^3 - 9x + 1$

(б) $y = \frac{27x^2-3x-4}{63x^2+92x-51}$, $y = \frac{6x^3-17x^2+x+10}{\sqrt{x^2-9}}$, $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-4}}$,
$y = (x^2 - x - 6)\sqrt{1-x}$, $y = 3\sqrt{x-2} - 2\sqrt{x-5} - \sqrt{3x-2}$,
$y = 1 - x + \sqrt{\frac{x^3}{x+3}}$, $y = \sqrt{12 - \frac{12}{x^2}} + \sqrt{x^2 - \frac{12}{x^2}} - x^2$.

(ц) $y = xe^{\frac{1}{x}}$, $y = \frac{1-\ln x}{1+\ln x}$, $y = \log_2(9-2^x) - 3 + x$, $y = \frac{3}{2}x\ln(e - \frac{1}{3x})$,
$y = \log_2(x^2+2x-7) \cdot \log_{x^2-6x+9} 4 - 1$, $y = x^{2\log^2 x} - 10x^3$.

(д) $y = \sin x - \frac{1}{2}$; $y = \sin x - \cos x$; $y = \sin 2x - \sin x$; $y = \sin^2 x + \cos x + 1$;
$y = \sin 2x + \tan x - 2$; $y = \cos 2x - \cos 8x + \cos 6x - 1$;
$y = \sin 2x \cdot \sin 6x - 1$; $y = \arcsin x - \frac{1}{2}$; $y = \arccos x - x$;
$y = \frac{x}{2} + arcctgx$