

За оне који желе више

1. Испитати да ли су следеће формуле таутологије:

(а) $(p \Rightarrow r) \Rightarrow ((q \Rightarrow r) \Rightarrow ((p \vee q) \Rightarrow r))$

(б) $((p_1 \Rightarrow p_2) \wedge (p_2 \Rightarrow p_3) \wedge \dots \wedge (p_{n-1} \Rightarrow p_n)) \Rightarrow ((p_1 \Rightarrow p_n))$

(ц) $(p \Rightarrow (p_1 \vee p_2 \vee \dots \vee p_n)) \Leftrightarrow ((p \Rightarrow p_1) \vee (p \Rightarrow p_2) \vee \dots \vee (p \Rightarrow p_n))$

(д) $(p \Rightarrow (p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n)) \Leftrightarrow ((p \Rightarrow p_1) \wedge (p \Rightarrow p_2) \wedge \dots \wedge (p \Rightarrow p_n))$

(е) $((p_1 \vee p_2 \vee \dots \vee p_n) \Rightarrow p) \Leftrightarrow ((p_1 \Rightarrow p) \wedge (p_2 \Rightarrow p) \wedge \dots \wedge (p_n \Rightarrow p))$
($n \geq 2, n \in N$)

2. Дати су скупови A, B, C .

а) Описати скуп свих елемената који су садржани у тачно два од скупова A, B и C .

б) Описати тај скуп помоћу операција уније и комплемента.

3. Три ученика решила су укупно 100 задатака при чему је сваки решио по 60. Задатак се сматра тешким ако га је решио само један ученик, а лаким уколико су га решила сва тројица. Доказати да је тешких задатака било за 20 више од лаких.

4. Међу учесницима једног скупа 70% има браон очи, 75% црну косу, 85% је више од 175 *cm* и 90% је теже од 80 *kg*. Колико је најмање процената особа које поседују све четири карактеристике?

5. У школи ученици могу да уче један од три страна језика: руски, француски или енглески. Руски учи 45%, француски 45%, сваки четврти учи француски или енглески, а сваки двадесети сва три језика. За енглески није заинтересовано 35% ученика, 40% учи енглески а не учи руски, а 30% учи француски а није заинтересовано за руски. Колико ученика не учи страни језик, колико учи тачно један, а колико учи тачно два страна језика?

6. Ученик је написао на табли редом бројеве од 1 до 1000. Прво је избрисао бројеве који су дељиви са 4, затим бројеве који су дељиви са 6 и на крају бројеве дељиве са 10. Колико је остало бројева на табли?

7. Колико има бројева мањих од 1200 који су узајамно прости са 1200?

8. У скупу целих бројева одредити елементе скупа

а) $X = \{x \mid \tau\left(\frac{x-1}{3} \neq \frac{3}{x-1}\right) \Rightarrow (x \mid 6 \wedge x \mid 10)\} = \top$

б) $X = \{x \mid \tau\left(\frac{1}{x-1} \neq \frac{1}{2x-6}\right) \Rightarrow (x^2 = 9 \vee x^2 = 1)\} = \top$