# Вектори - задаци са такмичења

1. Нека је $A_1A_2A_3A_4A_5$ правилан петоугао и $O$ његов центар. Доказати да је:
$$\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + \overrightarrow{OA_3} + \overrightarrow{OA_4} + \overrightarrow{OA_5} = \overrightarrow{0}.$$

2. Дат је правилан петоугао $ABCDE$ и произвољна тачка $T$ у простору. Ако је $O$ центар петоугла, доказати да је:
$$5\,\overrightarrow{TO} = \overrightarrow{TA} + \overrightarrow{TB} + \overrightarrow{TC} + \overrightarrow{TD} + \overrightarrow{TE}.$$

3. Над страницама троугла $ABC$ дати су произвољно паралелограми $ABB_1A_2$, $BCC_1B_2$ и $ACC_2A_1$. Да ли постоји троугао чије су странице подударне дужима $A_1A_2, B_1B_2$ и $C_1C_2$?

4. Дат је троугао $ABC$ и на страници $BC$ тачка $V$, таква да је $\dfrac{BV}{CV} = \dfrac{m}{n}$. Означимо векторе $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{c}, \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{b}$ и $\overrightarrow{AV} = \overrightarrow{v}$. Изразити вектор $\overrightarrow{v}$ преко вектора $\overrightarrow{b}$ и $\overrightarrow{c}$.

5. Дат је једнакостранични троугао $ABC$. Ако је $O$ његов ортоцентар и $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{a}, \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{b}, \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{c}$, изразити $\overrightarrow{b}$ помоћу вектора $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{c}$.

6. Нека је $ABCDEF$ конвексан шестоугао код кога је $AB \| DE$. Нека су $M, P, N$ и $Q$ редом средишта страница $BC$, $CD$, $EF$ и $FA$, а $K$ и $L$ редом средишта дужи $MN$ и $PQ$. Доказати да се тачке $K$ и $L$ поклапају ако и само ако је $AB = DE$.

7. Доказати да за ма каква два троугла $A_1B_1C_1$ и $A_2B_2C_2$ са тежиштима $T_1$ и $T_2$ важи једнакост: $\overrightarrow{A_1A_2} + \overrightarrow{B_1B_2} + \overrightarrow{C_1C_2} = 3\overrightarrow{T_1T_2}$.

8. Одредити углове између вектора $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ и $\overrightarrow{OC}$, ако тачке $A, B, C$ припадају кругу са центром $O$ и ако је $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{0}$