Мало занимације за распуст*

1. Постоји ли природан број код кога је производ цифара једнак 55440?
2. Одредити најмањи природан број код кога је производ цифара 5040.
3. Одредити највећи природан број код кога је производ цифара једнак 8400, а у чијем запису се не појављује цифра 1.
4. Одредити најмањи природан број дељив са 225 и код кога је збир цифара једнак 225.
5. Збир два природна броја једнак је 30030. Доказати да њихов производ није дељив са 30030.
6. Природан број n је потпун квадрат, а његова претпоследња цифра (цифра десетица) је непарна. Доказати да је његова последња 6.
7. Одредити најмањи природан број n са особином да је збир цифара броја n, као и збир цифара броја $n+1$, дељив са 1990.
8. Кажемо да је број апсолутно прост ако је он прост и ако се било каквим премештањем његових цифара добија прост број. Доказати да се у запису апсолутно простог броја не могу наћи више од три различите цифре.
9. Да ли постоји троцифрен апсолутно прост број чије су све цифре различите?
10. Наћи најмањи природан број који има особину да збир његових цифара није делитељ збира кубова његових цифара.
11. Дато је 1996 узастопних природних бројева. Да ли је могуће сваки од тих бројева степеновати неким парним бројем тако да збир на тај начин добијених бројева буде квадрат неког природног броја?
12. Дужине страница правоуглог троугла су цели бројеви. Одредити минималну дужину хипотенузе ако је дужина једне катете 1991.
13. Доказати да за сваки природан број n који није дељив ни са 2 ни са 5, постоји природан број N чије су све цифре јединице и који је дељив са n.
14. Доказати да је $n^2(n^4+n^2-2)$ дељиво са 18 за свако $n \in \mathbf{N}$.
15. Доказати да је збир $2^1+2^2+2^3+\ldots+2^{1995}+2^{1996}$ дељив са 30.

*Узето из књиге „Бројеви”, Ратко Тошић, Драгољуб Милошевић

16. Број $n^2 + 2n + 2\,(n \in \mathbf{N})$ завршава се цифром 6. Пронаћи његову претпоследњу цифру.

17. Одредити три последње цифре броја 7^{1999}.

18. Одредити шест последњих цифара броја 57^{1986}.

19. Нећи пет последњих цифара броја 5^{1997}.

20. Решити једначину $1!+2!+3!+\ldots+x! = y^2$ у скупу природних бројева.

21. Да ли постоји потпуни квадрат код кога је збир цифара једнак:
(а) 1995; (б) 1996?

22. Да ли се за неко $n \in \mathbf{N}$ број $n^2 + 2^n$ може завршавати цифром 5 ?

23. Ако су m, n и a природни бројеви, тада је $2^{4m+2} + a^{4n+4}$ сложен број. Доказати.

24. Доказати да израз $n^2 - n + 3$ ни при каквом $n \in \mathbf{N}$ није дељив са 121.

25. Ако је $2x + 9y$ дељиво са 1993, онда је и $x + 1001y$ дељиво са 1993. Доказати.

26. Ако су a, b, c остаци дељења броја N редом са $4, 5, 7$ доказати да је број $105a + 56b + 120c - N$ дељив са 140.

27. Шта је веће: 127^{68} или 513^{53}?

28. Без коришћења калкулатора, утврдити који је број већи:
а) $2 + \sqrt{2}$ или $6 - \sqrt{6}$; б) $1993 + \sqrt{1993}$ или $2083 - \sqrt{2083}$.

29. Решити једначину $x^2 - xy + 2x - 3y = 1992$ у скупу природних бројева.

30. Доказати да једначина $5x^2 - 4y^2 = 1999$ нема целобројних решења.