

## Домаћи задатак за осамнаесту недељу

65. а) Доказати да су вектори  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  паралелни, ако је  $\vec{a} = 6\vec{m} - 15\vec{n} - 3\vec{p}$  и  $\vec{b} = 2\vec{p} + 10\vec{n} - 4\vec{m}$ , где су  $\vec{m}$ ,  $\vec{n}$ ,  $\vec{p}$  произвољни вектори.

- б) Ако су  $\vec{m}$ ,  $\vec{n}$  и  $\vec{p}$  вектори узастопних страница троугла и ако важи:

$$\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{c} + 4\vec{d}, \vec{n} = 2\vec{b} - \vec{a} - 3\vec{d}, \vec{p} = 3\vec{c} - \vec{a} - \vec{b},$$

доказати да постоји четвороугао чије су странице једнаке векторима  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  и  $\vec{d}$ .

- в) Тачка  $M$  је средиште странице  $BC$  троугла  $ABC$ . Доказати да је  $\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AM}$ .
- г) Доказати да је могуће конструисати троугао чије су странице једнаке тежишним линијама датог троугла  $ABC$ .
66. а) Ако је  $T$  тежиште троугла  $ABC$ , тада је  $\vec{TA} + \vec{TB} + \vec{TC} = 0$ . Доказати.
- б) Дат је правилан шестоугао  $ABCDEF$ . Ако је  $\vec{AB} = \vec{p}$ ,  $\vec{BC} = \vec{q}$ , израчунати векторе  $\vec{CD}$ ,  $\vec{DE}$ ,  $\vec{EF}$ ,  $\vec{FA}$ ,  $\vec{AD}$ ,  $\vec{EA}$ ,  $\vec{AC}$ .
- в) Нека су  $M$  и  $N$  средиште непаралелних страница  $BC$  и  $AD$  трапеца  $ABCD$ , а  $E$  и  $F$  пресечне тачке дужи  $MN$  и дијагонале  $AC$  и  $BD$ . Тада је  $\vec{EF} = \frac{\vec{AB} - \vec{DC}}{2}$ . Доказати.
- г) Дат је  $\triangle ABC$ , где је  $\vec{AC} = \vec{a}$ ,  $\vec{BC} = \vec{b}$ . Над  $AC$  конструисан је квадрат  $ACDE$ , а над  $BC$  квадрат  $BCFG$ . Ако је  $\vec{AD} = \vec{p}$  и  $\vec{BG} = \vec{q}$ , одредити векторе  $\vec{EF}$ ,  $\vec{DF}$ ,  $\vec{FG}$ ,  $\vec{DE}$  у функцији  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{p}$  и  $\vec{q}$ .
- д) Ако је  $M$  произвољна тачка у равни троугла  $ABC$  и  $T$  тежиште тог троугла. Доказати да важи  $\vec{MT} = \frac{1}{3}(\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC})$ .
- ђ) Дат је правилан шестоугао  $ABCDEF$ . Нека је  $M$  средиште дужи  $DE$ ,  $N$  средиште дужи  $AM$ ,  $P$  средиште дужи  $BC$ . Разложити вектор  $\vec{NP}$  по векторима  $\vec{AB}$  и  $\vec{AF}$ .
67. а) Нека су  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и  $N$  средишта страница  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DA$  четвороугла  $ABCD$ . Применом вектора доказати да се дужи  $MK$  и  $NL$  секу у тачки  $S$  која полови сваку од ових дужи.
- б) Дат је паралелограм  $ABCD$ . На правој  $BC$  дата је тачка  $E$  таква да је  $B$  средиште дужи  $CE$ . Ако је  $\vec{AB} = \vec{p}$  и  $\vec{AC} = \vec{q}$ , одредити векторе:  $\vec{BC}$ ,  $\vec{CD}$ ,  $\vec{DA}$ ,  $\vec{BD}$ ,  $\vec{AE}$ ,  $\vec{CE}$  и  $\vec{DE}$ .

- в) Тачка  $E$  је средиште страница  $AB$  произвољног четвороугла  $ABCD$ .  
Дати су вектори  $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{BC}$  и  $\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{AD}$ . Ако је тачка  $S$  средиште  
странице  $CD$ , доказати да су тачке  $F$ ,  $G$  и  $S$  колинеарне.
- г) Дат је шестоугао  $ABCDEF$ . Ако су  $M_1M_2, \dots, M_6$  средишта  
страница  $AB, BC, \dots, FA$ , доказати да су тежишта троуглова  
 $M_1M_3M_5$  и  $M_2M_4M_6$  поклапају.