

Домаћи задатак за двадесету недељу

74. а) Оштар угао правоуглог троугла пет пута је већи од другог оштрог угла. Доказати да је хипотенуза четири пута већа од хипотенузине висине.
- б) У $\triangle ABC$ симетрала угла BAC сече страницу BC у тачки D . На правој AC дата је тачка E , таква да је $\angle CDE = \angle BAC$. Доказати да је $BD = DE$.
- в) У троуглу ABC је $BC > AC$, а углови α и β се разликују за 23° . Ако је D тачка на страници BC , таква да је $AC = CD$, израчунати $\angle BAD$.
- г) У правоуглом троуглу ABC конструисана је висина CD . Тачка M је средиште дужи CD , а тачка N средиште дужи BD . Доказати да је $AM \perp CN$.
- д) Нека је M произвољна тачка у $\triangle ABC$. Доказати да је $\angle ACB < \angle AMB$.
- ђ) Нека је P произвољна тачка на страници AB једнакостраничног троугла ABC и нека су Q и R подножја нормала из P на странице BC и CA . Доказати да је $AP + BQ + CR$ једнако полуобиму троугла.
- е) Конструисати $\triangle ABC$ ако су нацртане три тачке: теме A , тежиште T и центар O описаног круга.
- ж) У троуглу ABC висине су AD и BE . Доказати да симетрала дужи DE полови страницу AB .
- з) Нека је $\triangle ABC$ једнакостранични троугао странице 4 cm . Доказати да, ма како распоредили 20 тачака унутар троугла, постоје бар две које су на растојању не већем од 1 .
- и) У равни је дато шест тачака, таквих да нема тројки колинеарних. Доказати да је могуће изабрати три од њих које су темена троугла са бар једним унутрашњим углом, који није већи од 30° .
- ј) Хипотенузина висина дели хипотенузу на два дела, чија је разлика једнака дужини једне катете. Одредити углове тог троугла.
- к) У оштроуглом троуглу ABC , са углом $\gamma = 60^\circ$, тачке D и E су подножја висина AD и BE , а тачка M је средиште странице AB . Доказати да је троугао DEM једнакостранични.