Домаћи задатак за двадесет прву недељу

75. а) Симетрала угла између дијагонале и странице ромба, одређује са другом страницом угао од $72°$. Израчунати углове ромба.

    б) Који од наведених исказа су тачни:
    а) Сваки паралелограм има најмање два једнака угла.
    б) Неки паралелограми имају једнаке дијагонале.
    ц) Сваки четвороугао који има две странице паралелне, а друге две једнаке, јесте паралелограм.
    д) Четвороугао је паралелограм акко му се дијагонале узајамно полове.

    в) Дат је паралелограм $ABCD$, тачка M на страници AB и тачка N на страници CD, тако да је $MB = DN$. Угао ANB је $117°$. Колики је угао између дијагонала четвороугла $BCNM$?

    г) Нормала из темена на дијагоналу правоугаоника сече ту дијагоналу тако да је један одсечак три пута већи од другог одсечка. Израчунати угао под којим се секу дијагонале правоугаоника.

    д) У паралелограму $ABCD$ тачка M је средиште дузи AB, а тачка N је средиште дужи CD. Доказати да праве AN и CM деле дијагоналу BD на три једнака дела.

76. а) Доказати да су средишта страница и подножје било које висине у троуглу темена једнакокраког трапеза.

    б) Нека су M и N средишта основица AB и CD ($AB >$ ‘CD) трапеза $ABCD$. Ако је дуж MN једнака $\frac{1}{2}(AB - CD)$, доказати да је збир унутрашњих углова на већој основици трапеза прав угао и обрнуто.

    в) Оштроугли троугао има ортоцентар H. Тачке M, N, P ,Q су редом средишта дужи BH, CH, AC и AB. Доказати да је четвороугао $MNPQ$ правоугаоник.

    г) Дијагонале AC и BD једнакокраког трапеза $ABCD$ са основицом AB секу се у тачки O под углом од $60°$ ($\angle AOB = 60°$). Доказати да су средишта дужи OA, OD, BC темена једнакостраничног троугла.

    д) Дат је четвороугао $ABCD$. У равни датог четвороугла одредити тачку X тако да збир дужи $AX+BX+CX+DX$ буде минималан.

    ђ) На страници DC датог квадрата $ABCD$ дата је тачка M. Симетрала угла BAM сече страницу BC у тачки N. Доказати да је $AM = DM + BN$.