

Домаћи за двадесетседму недељу

1. Решити једначине:

а) $1 - \frac{x-4}{2} = \frac{3-x}{2}$; б) $\frac{1+3x}{3} - \frac{6x+5}{15} = \frac{3x}{5}$;

в) $\frac{1}{2}x - \frac{2x - \frac{10-7x}{3}}{2} + \frac{x - \frac{1+x}{3}}{3} = 1$;

г) $2x(3x-2) - 3[1 - (2-x)(2x+3) - \frac{x-3}{2}] = 13$;

д) $\frac{x-1}{2} - \left[\frac{4x-3}{2} - 2 \left(\frac{2x-1}{6} - \frac{x+1}{4} \right) \right] = \frac{5(x-3)}{6} - \frac{1}{3}[(x+1)^2 - x^2]$;

ђ) $(2x-1)^3 + 2x = 4x(2x^2 - 3x) + 15$;

е) $1, 3(x-0, 7) - 0, 12(x+10) = 5x - 9, 75$;

ж) $(2x^2 - 3x - 4)^2 - (2x^2 + 5)(2x^2 - 5) = 9 - x^2(7 + 12x)$.

2. Решити једначине:

а) $\frac{2y-5}{y-2} + 1 = \frac{3y-5}{y-1}$; б) $\frac{1}{x-3} + \frac{2}{x-1} = \frac{3x-7}{x^2-4x+3}$;

в) $\frac{x}{x-2} - \frac{2x+3}{x+2} = -\frac{x^2}{x^2-4}$.

3. Применом формуле $A \cdot B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \vee B = 0$ решити ј-не:

а) $(x-1) \cdot (x-2) = 0$;

б) $(x-1)(x+2)(x-3) = 0$;

в) $(x+2)(3x-2) - (x+2)(2x+1) = 0$.

4. Да ли следеће једначине имају решења:

а) $\frac{1}{x+2} = 0$; б) $\frac{2x-3}{4x^2-9} = 0$; в) $\frac{x^2-1}{x-1} = 2$; г) $\frac{x-1}{x^2+1} = 0$;

д) $\frac{3x-1}{(5x+3)^2} = 0$; ђ) $2x+1 + \frac{1}{x-1} = 5x-2 + \frac{1}{x-1}$.

5. Решити једначине:

а) $\frac{3x-1}{x-1} - \frac{2x+5}{x+3} - \frac{4}{3-2x-x^2} = 1$;

б) $\frac{5-x}{4x^2-8x} + \frac{7}{8x} = \frac{x-1}{2x^2-4x} + \frac{1}{8x-16}$;

в) $1 + \frac{5}{x^2-x-6} = -\frac{1}{x+2}$;

г) $\frac{x-9}{x-5} - \frac{x-7}{x-2} - \frac{x-9}{x-4} = \frac{x-8}{x-5} - \frac{x-7}{x-4} - \frac{x-8}{x-2}$;

д) $\frac{3}{4y-12} - \frac{0,75y-2}{y^2-6y+9} = \frac{y+2}{y^3-9y^2+27y-27}$;

ђ) $\frac{1}{15x-10} - \frac{5-x}{27x^3-54x^2+36x-8} = \frac{1,2x-1}{18x^2-24x+8}$.

6. Решити једначине, водећи рачуна о две апсолутне вредности:

- а) $|x| + 1 = 5$; б) $|5x - 2| = 10 - x$; в) $|x - 4| - |2x + 3| = 2$;
 г) $|x + 1| - |x| + 3|x - 1| - 2|x - 2| = x + 2$;
 д) $||x| - 2| = 5$; њ) $|x| - |x - 2| = 2$; е) $||2x - 3| - x + 1| = 4x - 1$;
 ж) $|2 - |1 - |x|| = 1$; з) $2|x + 6| - |x| + |x - 6| = 18$.

7. Решити и дискутовати следеће једначине:

- а) $mx + 5 = 3x - 15m$; б) $(m + 6)x - 5 = 0$; в) $m(mx + 1) = 2(2x - 1)$;
 г) $m^3x - m^2 - 4 = 4m(x - 1)$; д) $m^2(mx - 1) = 8x - 4$;
 њ) $(m^4 - 3m^3 - 7m^2 + 27m - 18)x = m^3 - 7m + 6$;
 е) $(a^2 + 6)x - a^3 + 27 = 5ax - 9a^2 + 27a$;
 ж) $a^2(6a - 19)x - 3a^3 + 7a = -2a^2 - 11ax - 2 - 6x$.

8. Решити и дискутовати следеће једначине:

- а) $\frac{2a + x}{a + 2} + \frac{x - 2a}{a - 2} = \frac{ax - 2}{a^2 - 4}$;
 б) $\frac{(m - 1)(2x + m)}{m + 1} = -\frac{(m - x)(m - 1)}{m + 1} + \frac{x(m + 1)}{m - 1}$;
 в) $\frac{3x}{a^3 - 8} - \frac{a}{a^2 + 2a + 4} = \frac{x - 1}{a - 2}$; г) $\frac{2}{a} - \frac{1 - x}{a - 2} = \frac{2 - 3x}{a^2 - 2a}$.

9. Решити и дискутовати следеће једначине:

- а) $\frac{9a^2 - 8}{2(x + 2)} - \frac{4 - 3a^2}{x - 2} = \frac{a(4 + 3ax)}{x^2 - 4}$; б) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x - 1} = \frac{a}{x^2 - x}$;
 в) $\frac{a + 1}{ax + 3a} - \frac{3ax - 5}{a(x^2 + 2x - 3)} = \frac{4}{x - 1}$; г) $\frac{x + b}{b - x} + \frac{x - b}{b + x} = \frac{b}{b^2 - x^2}$;
 д) $\frac{x + a}{x - a} - \frac{x - b}{x + b} = \frac{2(a + b)}{x^2 - ax + bx - ab}$;
 њ) $\frac{2m - 5}{(m - 1)(x + 2)} - \frac{x - b}{x + 1} = \frac{3x + 4}{x^2 + 3x + 2}$.

10. Решити и дискутовати следеће једначине:

- а) $\frac{x - a}{bc} + \frac{x - b}{ca} + \frac{x - c}{ab} = 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$;
 б) $\frac{x - ab}{a + b} + \frac{x - ac}{a + c} + \frac{x - bc}{b + c} = a + b + c$;
 в) $\frac{x - a - b}{x - a - b} + \frac{x - b - c}{x - b - c} + \frac{x - c - a}{x - c - a} = 3$;
 г) $\frac{(x - b)(x - c)}{(a - b)(a - c)} + \frac{a(x - c)(x - a)}{(b - c)(b - a)} + \frac{(x - a)(x - b)}{(c - a)(c - b)} = 1$.

11. Решити и дискутовати следеће једначине:

- а) $\frac{x - 15}{1983} + \frac{x - 10}{1988} + \frac{x - 5}{1993} = \frac{x - 1983}{15} + \frac{x - 1988}{10} + \frac{x - 1993}{5}$;
 б) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x + 3} = \frac{1}{x + 2} - \frac{1}{x + 5}$;
 в) $|x + |x - 1|| = |x - 2 + |x + 1||$.

12. Одредити параметар a тако да буду еквивалентне једначине

$$\frac{a + \frac{x}{a-1}}{a - \frac{x}{a+1}} = \frac{a + 1}{a - 1} \quad \text{и} \quad \frac{x}{a} - \frac{a + 1}{x} = \frac{x - a}{2}.$$