

Једначине и системи једначина

1. Решити једначине:

а) $x+2 - \frac{2x - \frac{4+3x}{2}}{5} = \frac{x - \frac{x-3}{2}}{2}$; б) $\frac{3}{x^2 - 4x} - \frac{2}{2x^2 - 5x - 12} = \frac{9}{2x^2 + 3x}$;

в) $\left(\frac{2x^2 + 2x}{2x - 3} - x + 1\right) : \frac{49x^2 - 42x + 9}{6x^2 - 7x - 3} = \frac{11}{15}$; г) $\frac{x^2}{x-1} - x + 2 = 0$;

д) $\frac{2}{x-1} - \frac{3}{x+2} = \frac{4}{7x-21} - \frac{11}{7x+28}$;

ђ) $\frac{5x-34}{x-7} + \frac{3x-26}{x-9} = \frac{5x-24}{x-5} + \frac{3x-32}{x-11}$;

е) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} = \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+5}$.

2. Решити једначину и дискутовати решења:

а) $(m^2 - 25)(2m + 3)x = 3m^2 + 16m + 5$;

б) $\frac{1}{a^2 + a} - \frac{1}{a} = -\frac{x}{a} + \frac{x}{a+1} - \frac{x}{a^2 - a}$;

в) $\frac{x-a}{x+a} = \frac{1-a}{1+a}$; г) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{k}{x^2 + x}$;

д) $\frac{x+6}{6-x} + \frac{x-b}{b+x} = \frac{b}{b^2 - x^2}$; ђ) $\frac{ax+b}{x^2 - ax} + \frac{ax-b}{x^2 + ax} = \frac{2ax+4}{x^2 - a^2}$.

3. Решити једначине:

а) $\frac{x-a}{x-a-1} - \frac{x-a-1}{x-a-2} = \frac{x-b}{x-b-1} - \frac{x-b-1}{x-b-2}$;

б) $\frac{a+b-x}{c} + \frac{a+c-x}{b} + \frac{b+c-x}{a} + \frac{4x}{a+b+c} = 1$;

в) $\frac{6x+2a+3b+c}{6x+2a-3b-c} = \frac{2x+6a+b+3c}{2x+6a-b-3c}$;

г) $\frac{a^2x}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2x}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2x}{(c-a)(c-b)} = abc$;

д) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{x} = \frac{1}{a+b+x}$.

4. Решити једначине:

а) $|x-1| + |x-2| = 1$; б) $|x-2| + |x-3| + |2x-8| = 9$;

в) $|x-1| - 2|x-2| + 3|x-3| = 4$; г) $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} - |3x-2| + 4x - 3 = 1$;

д) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{x^2 + 2x + 1} = \sqrt{4 + 4x + x^2}$

ђ) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} - \sqrt{4x^2 + 12x + 9} = -1$.

5. У зависности од реалног параметра a решити једначине:

а) $|x| + |x-1| + |x+2| = a$; б) $|x+a| + x = 2$; в) $|x-2| + |x+1| = a+2x$;
 г) $|4-2|x-3|| = |x| + a$.

6. Нацртати графике и испитати функције:

а) $y = |x| - 3$; б) $y = 2 - |\frac{1}{2}x + 1|$; в) $y = 2|x+6| - |x| + |x-6|$;
 г) $y = x + \frac{|x|}{x}$; д) $y = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+1}}$.

7. Нацртати у равни Oxy :

а) $|x| + |y| = 2$; б) $x + |x| + y + |y| = 4$; в) $x + |x| = y + |y|$.

8. У зависности од реалног параметра a , испитаи решивост и решити системе:

а) $ax + (2a+1)y = 3a$, $(2a+1)x + ay = 3a+2$;
 б) $4x + my - 9 = 0$, $2mx + 18y + 27 = 0$;
 в) $(a-2)x + (a^2-4)y = a^2+2a$ и $(a-2)x - (a-2)y = 3$;
 г) $ax + 2y = 1$, $8x + ay = 2$;
 д) $(m-1)x + 2my = -2$, $2mx + (m-1)y = m-1$;
 њ) $5ax - 7y = a$, $(9a+2)x - 14y = a+2$;
 е) $(a-1)x + (a+1)y = 2(a^2-1)$, $(a^2-1)x + (a^2+1)y = 2(a^2-1)$.

9. Решити системе гаусовом методом:

а) $x - y + 2z = 5$, $3x - 4y - z = 9$, $8x - 3y - z = 18$;
 б) $2x + 3y + z = 4$, $4x + 6y + 2z = 5$, $x - y + z = 5$;
 в) $2x - 3y + z = 2$, $3x - 5y + 5z = 3$, $5x - 8y + 6z = 5$.

10. У систему једначина $(p-q)x + (3p-5)y = 2pq$, $(p+q)x + (q-7)y = 6pq$, одредити p и q тако да систем буде неодређен.