

Припрема за трећи писмени задатак

1. Решити једначине:

$$\text{а) } 2x(3x - 2) - 3 \cdot \left[1 - (2 - x)(2x + 3) - \frac{x - 3}{2} \right] = 13;$$

$$\text{б) } \frac{\frac{3x}{2} - \frac{3 - x}{4}}{2} = 3 - \frac{\left(1 - \frac{10 + x}{3} \right) \cdot \frac{1}{2}}{2}$$

$$\text{в) } \frac{2x + 1}{3x - 2} - \frac{2x - 1}{3 - 2x} - \frac{4x^2 - 3x + 3}{6x^2 - 13x + 6} - 1 = 0.$$

2. Решити једначине у зависности од параметра a :

$$\text{а) } \frac{x - a}{x^2 - 2x} - \frac{x + a}{x^2 + 2x} = \frac{a^2 - 4}{x^3 - 4x};$$

$$\text{б) } \frac{ax + 1}{x + 1} + \frac{ax - 1}{1 - x} = \frac{1 - a^2}{x^2 - 1}. \text{ За које } a \text{ је } -2 < x \leq 3?$$

$$\text{в) } 4a^2x - 4a^2 = x + 4a + 1; \quad \text{г) } 4x - 6a^2 + 4a = 12ax - 9a^2x.$$

3. Решити системе једначина:

$$\text{а) } \frac{3x + 4}{4} - \frac{15 + y}{8} + \frac{x - 2y}{3} = \frac{x - y}{2} \wedge \frac{x + 4}{2} - \left(2 - \frac{3 + y}{4} \right) = 0.$$

$$\text{б) } \frac{6}{2x + y - 1} - \frac{2}{2x - y + 3} = \frac{5}{2} \wedge \frac{8}{4x + 2y - 2} - \frac{4}{y - 2x - 3} = 3;$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{2x - \frac{5y-1}{4}}{3} - \frac{x - 1 - \frac{7y-x-8}{3}}{2} = \frac{2y}{9} - \frac{5x + 4}{6} \\ \frac{3x - y}{2} - 2x - \frac{2x + y + 1}{3} = \frac{2x - y + 1}{6} \end{cases}.$$

4. Испитати решивост система једначина у зависности од параметара:

$$\text{а) } (m - 1)x + 2my = -2 \wedge 2mx + (m - 1)y = m - 1;$$

$$\text{б) } \frac{x}{a - b} - \frac{y}{a + b} = 2ab \wedge \frac{x}{a^2 + ab + b^2} + \frac{y}{a^2 - ab + b^2} = 2a$$

$$\text{в) } (a - 1)x + (a + 1)x = 2(a^2 - 1) \wedge (a^2 - 1)x + (a^2 + 1)y = 2(a^3 - 1).$$

5. Нацртати графике функција и испитати их:

$$\text{а) } y = \left| \frac{1}{2}x + 1 \right| - 3; \quad \text{б) } y = |x + 2| - |2x - 3| + |x - 4|;$$

$$\text{в) } y = 1 - ||x - 1| - 3|;$$

$$\text{г) } y = \begin{cases} x + 2, & x \leq 0 \\ -2x + 2, & 0 \leq x \leq 2 \\ -2, & x \geq 2 \end{cases}; \quad \text{д) } y = \begin{cases} -2x - 3, & x \leq 1 \\ 3x - 8, & 1 < x \leq 4 \\ -x + 8, & x > 4 \end{cases}.$$

Додатак:

1. Решити једначину $\left[\frac{3}{1^2 \cdot 2^2} + \frac{5}{2^2 \cdot 3^2} + \frac{7}{3^2 \cdot 4^2} + \dots + \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} \right] = \frac{120}{121}$.
2. Одредити број решења једначине $x - a = 2|2\sqrt{x^2} - a^2|$ у зависности од вредности параметра a .
3. Одредити b тако да за свако $a \in \mathbf{R}$ систем $3x + y = a \wedge ax - y = b$ има решење.