

Шести домаћи задатак

1. Решити једначину
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & x & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \\ x & 1 & 5 & 3 \\ 1 & 5 & 11 & 8 \end{vmatrix} = 0.$$

2. У зависности од реалног параметра m , дискутовати и решити системе:

a)
$$\begin{cases} 4x + 8y + (m + 3)z = -2 \\ (m + 2)x + 6y + 3z = 1 \\ x + 2my + mz = -1 \end{cases}$$
 б)
$$\begin{cases} x + (m + 2)y - z = 0 \\ (m + 2)x + y - z = 1 \\ x + y - (m + 2)z = m + 3 \end{cases}$$

3. У зависности од реалног параметра a , дискутовати и решити систем:

$$\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = a \\ x + y + az = a^2 \end{cases}$$

4. Одредити $a \in \mathbf{R}$ тако да хомогени систем има и нетривијална решења:

$$\begin{cases} 2x + 6y + (a + 6)z = 0 \\ -x + 7y + 5z = 0 \\ ax + 5y + 13z = 0 \end{cases}$$

5. Израчунати дужине дијагонала паралелограма, ако су му странице вектори $\vec{a} = 2\vec{m} + 2\vec{n}$ и $\vec{b} = \vec{m} - 3\vec{n}$, где је $|\vec{m}| = 2\sqrt{2}$, $|\vec{n}| = 3$ и $\angle(\vec{m}, \vec{n}) = \pi/4$.

6. Одредити пројекцију вектора $\vec{v} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$ на вектор \vec{c} , ако је $\vec{a} = (-2, 1, 1)$, $\vec{b} = (1, 5, 0)$, $\vec{c} = (4, 4, -2)$.

7. Дати су вектори $\vec{a} = (1, 1, -1)$, $\vec{b} = (-2, -1, 2)$, $\vec{c} = (1, -1, 2)$. Разложити \vec{c} по векторима \vec{a} , \vec{b} и $(\vec{a} \times \vec{b})$.

8. Показати да вектори $\vec{a} = (7, 6, -6)$ и $\vec{b} = (6, 2, 9)$ могу бити ивице коцке и затим одредити вектор \vec{c} треће ивице коцке.

9. Дати су вектори $\vec{a} = (1, 2, 1)$, $\vec{b} = (1, -1, 2)$, $\vec{c} = (2, 1, -1)$. Израчунати $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$ и пројекцију вектора \vec{b} на вектор $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$.

10. Израчунати запремину тетраедра чија су темена дата координатама $A(2, 3, 1)$, $B(4, 1, -2)$, $C(6, 3, 7)$, $D(-5, -4, 8)$.

11. Одредити реалан број p тако да вектор $\vec{a} = 2p\vec{i} + \vec{j} + (1-p)\vec{k}$ гради једнаке углове са векторима $\vec{b} = -\vec{i} + 3\vec{j}$ и $\vec{c} = 5\vec{i} - \vec{j} + 8\vec{k}$.

12. Дати су вектори $\vec{a} = (1, 1, -1)$, $\vec{b} = (-2, -1, 2)$, $\vec{c} = (1, -1, 2)$.

а) Расставити вектор \vec{c} по правцима вектора \vec{a} , \vec{b} , $\vec{a} \times \vec{b}$;

б) Одредити угао који образују вектор \vec{c} са равни одређеном векторима \vec{a} и \vec{b} .