

## Списак задатака - основни ниво III година

1. Тачке  $A(4, \sqrt{5})$  и  $B(-4\sqrt{3}, 5)$  припадају хиперболи. Одредити њену једначину.
2. Тачка  $A(10, 4\frac{1}{2})$  припада хиперболи, а једна њена асимптота садржи тачку  $B(4, 3)$ . Написати једначину хиперболе.
3. На хиперболи  $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$  одредити тачку чије је одстојање од једне асимптоте три пута веће него одстојање од друге асимптоте.
4. Права  $x - y\sqrt{2} + 2 = 0$  сече хиперболу  $3x^2 - 2y^2 = 12$ . Одредити површину троугла ограниченог тангентама, које садрже пресечне тачке, и датом правом.
5. Написати једначине заједничких тангенти кривих  $x^2 + y^2 - 14y + 17 = 0$  и  $3x^2 - 4y^2 - 12 = 0$ .
6. На хиперболи  $3x^2 - 4y^2 = 72$  одредити тачку најближу правој  $3x + 2y + 1 = 0$  и израчунати одстојање између ове тачке и дате праве.
7. Кроз жижу параболе  $y^2 = -4x$  конструисана је сечица под углом од  $120^\circ$  према позитивном делу апсцисне осе. Написати њену једначину и одредити дужину добијене тетиве.
8. Одредити геометријско место центара кружница, које додирују кружницу  $x^2 + y^2 = 2ax$  и осу  $Oy$ .
9. Из тачке  $S(-2, -2)$  конструисане су дирке на параболу  $y^2 = 16x$ . Одредити:
  - (а) једначине дирки;
  - (б) угао између њих;
  - (в) површину троугла који образују те дирке и права која пролази кроз додирне тачке.
10. Заједничке тангенте параболе  $y^2 = 4x$  и кружнице  $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 9 = 0$  образују троугао, око кога је описана кружница. Написати једначину те кружнице.
11. Тангенте параболе  $y^2 = 4x$  конструисане у њеним тачкама  $A(1, 2)$ ,  $B(1, -2)$  и  $C(49, 14)$  образују троугао. Написати једначине описане и уписане кружнице око тог троугла.
12. Дата је једначина тангенте  $x + y + 1 = 0$  хиперболе  $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$  и жижно растојање  $e = \sqrt{7}$ . Написати:
  - (а) једначину хиперболе;
  - (б) једначину параболе  $y^2 = 2px$  коју додирује дата тангента;
  - (в) једначину кружнице чије се средиште налази у тачки  $S(0, 2)$  којој је заједничка тангента параболе и хиперболе такође тангента;
  - (г) доказати да се додирна тачка тангенте кружнице налази на средини растојања тачака тангената хиперболе и параболе.