

Списак задатака - основни ниво III година

1. Доказати помоћу математичке индукције: $2^3 + 4^3 + 6^3 + \dots + (2n)^3 = 2n^2(n+1)^2$.
2. Доказати помоћу математичке индукције: $1^2 - 2^2 + 3^2 - \dots + (-1)^{n-1}n^2 = (-1)^{n-1} \frac{n(n+1)}{2}$.
3. Доказати да за све природне бројеве важи $2^{2n+1} - 9n^2 + 3n - 2 \equiv 0 \pmod{54}$.
4. Индукцијом доказати формулу $(\cos x + i \sin x)^n = \cos nx + i \sin nx$. (Моавров образац)
5. Доказати да за сваки природан број n важи да је $3 \cdot 4^{n+1} + 10^{n-1} - 4$ дељиво са 9.
6. Индукцијом доказати да је $\cos x + \cos 3x + \cos 5x + \dots + \cos(2n-1)x = \frac{\sin 2nx}{2 \sin x}$.
7. Написати аритметички низ чији је пети члан 13, а девети 19.
8. Израчунати n и a_n аритметичког низа, ако је:
а) $a_1 = 41, d = 2, S_n = 4784$; б) $a_1 = 2, d = 5, S_n = 245$.
9. Збир прва три члана аритметичког низа је 36, а збир квадрата прва три члана је 482. Одредити низ.
10. Полупречник кружнице уписане у троугао је 4 и образује са странама троугла четири узастопна члана аритметичког низа. Наћи површину троугла.
11. Полупречник основе, висина и изводница праве купе су три узастопна члана аритметичког низа. Омотач купе је 375π , а површина осног пресека је 300. Израчунати запремину купе.
12. Углови троугла чине аритметички низ. Израчунати их ако је збир њихових синуса $(3 + \sqrt{3})/2$.
13. Одредити x тако да бројеви $\log 2, \log(2^x - 1), \log(2^x + 3)$ буду узастопни чланови аритметичког низа.
14. Последњи члан геометријског низа је 112, збир 217, а количник 2. Израчунати a_1 и n .
15. Одредити геометријски низ ако је збир прва три члана једнак 62, а њихов производ је 1000.
16. Основне ивице и висина усправне пирамиде, чија је основа правоугаоник, су три узастопна члана геометријског низа. Запремина пирамиде је 576 cm^3 , а површина дијагоналног пресека 120 cm^2 . Наћи површину пирамиде.
17. Три броја чији је збир 26 образују геометријски низ. Ако се тим бројевима додају редом 1, 6 и 3, добијају се три броја која образују аритметички низ. Наћи те бројеве.
18. Четири броја чине аритметички низ. Ако се од сваког броја одузму редом 2, 7, 9 и 5, добијени бројеви образују геометријски низ. Одредити те бројеве.

19. Ако се четири броја, који су узастопни чланови геометријског низа, увећају редом за 5, 6, 9 и 15, добијају се четири броја која чине аритметички низ. Наћи те бројеве.
20. У аритметичком низу чији је почетни члан a , први, четврти и двадесетпети члан чине геометријски низ. Колика је разлика аритметичког низа и како гласе низови?
21. Збир три броја која чине геометријски низ је 28. Ако се највећи број умањи за 4, добијају се три броја која чине аритметички низ. Одредити те бројеве.
22. Четири броја чине геометријски низ. Ако се другом броју дода 1, а четврти умањи за 5, добијају се четири броја која чине аритметички низ. Одредити те бројеве.
23. Наћи аритметички низ, ако је збир његова прва три члана 42, збир последња три -12 , а збир свих његових чланова 45.
24. Одредити збир свих двадесет чланова аритметичког низа ако је $a_6 + a_9 + a_{12} + a_{15} = 20$.
25. Одредити четири броја од којих прва три чине аритметички низ, а последња три геометријски низ, збир крајњих је 20, а збир средњих 15.
26. Одредити четири број од којих прва три чине геометријски низ, а последња три аритметички низ: збир крајњих је 80, а збир средњих 60.
27. Одредити чланове аритметичког и геометријског низа ако је сума првих чланова 23, других 21, трећих 22 и четвртих 29.