1. Израчунати граничну вредност функције без коришћења Лопиталовог правила:

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 5x}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{\sin 6x-\sin 7x}$; в) $\lim\limits_{x\to 0} x\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty} x\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} 2x}{\sin 7x}$;

ђ) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x^2}$; е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x^2}{x^2\sin x^2}$; ж) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos^3 x}{x^2}$; з) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos^3 2x}{\operatorname{tg}^2 x}$; и) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x-\sin x}{x^3}$;

ј) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x-\sin x}{x+\sin x\cos x}$; к) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos 5x}{x\sin 4x}$; л) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 2x-\cos 4x}{\sin x\cdot\operatorname{tg} 2x}$; љ) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x^3-1}{\sin^6 2x}$;

м) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 8x^2}{\operatorname{tg} 3x^2\cdot\sin^2 5x}$; н) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}^2 x}{\sqrt{2}-\sqrt{1+\cos x}}$; њ) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{1+\cos 4x}}{\sin^2 3x}$; о) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt[3]{1-\sin 3x^2}}{\operatorname{tg}^2 4x}$;

п) $\lim\limits_{x\to\pi/4}\dfrac{\cos x-\sin x}{\cos 2x}$; р) $\lim\limits_{x\to\pi/4}\dfrac{\sqrt{2}-2\cos x}{\pi-4x}$; с) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin 7\pi x}{\sin 4\pi x}$; т) $\lim\limits_{x\to\infty} x\cdot\left(\dfrac{\pi}{2}-\operatorname{arctg} x\right)$;

ћ) $\lim\limits_{x\to\infty} x^2\left(\cos\dfrac{1}{x}-\cos\dfrac{3}{x}\right)$; у) $\lim\limits_{x\to\pi/2+0}\dfrac{\sqrt{1+\cos 2x}}{\sqrt{\pi}-\sqrt{2x}}$; ф) $\lim\limits_{x\to\pi/3}\dfrac{\sin(x-\pi/3)}{1-2\cos x}$; х) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+\sin x}-\sqrt{1+\operatorname{tg} x}}{\sin^3 2x}$;

ц) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x\sin 3x}-\sqrt{\cos 4x}}{\operatorname{tg}^2\dfrac{x}{2}}$; ч) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{\cos 4x}-\sqrt[3]{\cos 5x}}{1-\cos 3x}$; џ) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{\cos 3x}-\cos 2x}{x^2}$;

ш) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos(1-\cos x)}{x^4}$; ш2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x\cdot\sqrt{\cos 2x}}{x^2}$; ш3) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x^2\cdot\left(\sqrt{1\dfrac{1}{x}\sin\dfrac{1}{x}}-\sqrt{\cos\dfrac{1}{x}}\right)}$;

2. Израчунати граничну вредност функције без коришћења Лопиталовог правила:

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-1}{2x}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-e^{\sin 3x}}{\operatorname{tg} 2x}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{\sin 5x}-e^{\sin 4x}}{\ln(1+2x)}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{\sin 3x}$; д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-\cos 2x}{e^{4x}-\cos 4x}$;

ђ) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x^2}-\cos x}{e^{-x^2}-\cos 3x}$; е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2^x-1}{\ln(5x+1)}$; ж) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2^{x^2}-5^{x^2}}{(2^x-5^x)^2}$; з) $\lim\limits_{x\to 0-}\dfrac{e^{6x}-1}{x}\cdot\operatorname{arctg}\dfrac{2}{x}$;

и) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin\pi x}{e^{1-x}-1}$; ј) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\ln(2x^2-8x+9)}{3^{(2-x)^2}-1}$; к) $\lim\limits_{x\to\infty} x^2\cdot(3^{\frac{1}{x}}-3^{\frac{1}{(x+1)}})$; л) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(\cos x)}{\operatorname{tg} x^2}$;

љ) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(\cos 4x)}{\ln(\cos 6x)}$; м) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(\cos 4x)}{e^{2x^2}-1}$; н) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\cos x}{x^2}$; њ) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x^2}\cdot\ln\dfrac{\cos x}{\cos 2x}$; о) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(\cos 2x)-\ln(\cos 8x)}{x^2}$;

п) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt[5]{2x+1}}{\sin 2x}$; р) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x^2}-\sqrt[3]{1+x^2}}{\sin 6x^2}$; с) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{x+1}-1-\sin x}{\ln(1+2x)}$; т) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{1+x^2}-e^{x^2/4}}{\ln(1+3x^2)-x^2\cos x}$;

ћ) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1+x\cos x-\sqrt[3]{1+2x}}{\ln(1+5x)-x}$.

3. Израчунати граничну вредност функције без коришћења Лопиталовог правила:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^3+2x^2-2x}{x^3-x^2-2x}\right)^{-x^2}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}(1-x-2x^2)^{2/(x^2+x)}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}(1+\sin 3x)^{2/x}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{-1/x^2}$;

д) $\lim\limits_{x\to 0}(\cos 5x)^{\operatorname{ctg}^2 x}$; ђ) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\cos 3x}{x^2}$; е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(\cos 2x)}{\ln(\cos 3x)}$; ж) $\lim\limits_{x\to\pi/2}\left(\dfrac{\sin x}{\sin 5x}\right)^{\frac{1}{(\pi/2-x)^2}}$;

з) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\cos x}{\cos 2x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$.

4. Израчунати:

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x-\sin x}{x^3}$; б) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3+1}{\sin(x+1)}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos ax-\cos bx}{x^2}$; г) $\lim\limits_{x\to 1}\left((1-x)\cdot\operatorname{tg}\dfrac{\pi\cdot x}{2}\right)$;

д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x\sin x}-\sqrt{\cos 2x}}{\operatorname{tg}^2\dfrac{x}{2}}$; ђ) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)\cdot\sqrt{\cos 2x}}{x^2}$; е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos(1-\cos x)}{x^4}$;

ж) $\lim\limits_{x\to\pi/6}\dfrac{2\cos x-\sqrt{3}}{\sin\left(\dfrac{\pi}{6}-x\right)}$; з) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[m]{\cos ax}-\sqrt[n]{\cos bx}}{x^2}$; и) $\lim\limits_{x\to\infty} x\left(\dfrac{\pi}{4}-\operatorname{arctg}\dfrac{x}{x+1}\right)$;

ј) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin\dfrac{x}{2}+\cos x}{1+\sin^2 x+\cos x}$; к) $\lim\limits_{x\to a}\sin\dfrac{x-a}{2}\cdot\operatorname{tg}\dfrac{\pi\cdot x}{2a}$.

5. а) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x+4}{2x+\sqrt{x^2+4}}$; б) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x+4}{2x+\sqrt{x^2+4}}$; в) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+\sqrt{x^2+a^2}}{x+\sqrt{x^2+b^2}}$; г) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+\sqrt{x^2+a^2}}{x+\sqrt{x^2+b^2}}$;

д) Одредити a и b тако да је $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x+1}-ax-b\right)=0$;

ђ) Одредити a и b тако да је $\lim\limits_{x\to-\infty}(\sqrt{x^2-x+1}-ax+b)=0$;

е) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\ln(1+5^x)}{\ln(1+3^x)}$; ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\ln(1+5^x)}{1+3^x}$;

з) Наћи леви и десни лимес функције $f(x)=\dfrac{e^{1/x}+a^2+a}{e^{1/x}+2}$ у тачки $x=0$. За коју вредност константе a постоји $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$?

6. Израчунати:

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos(xe^x)-\cos(xe^{-x})}{x^3}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty} x\left(\dfrac{\pi}{2}-\arcsin\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x\cdot\cos 2x\cdot\cos 3x\cdots\cos nx-1}{x^2}$;

г) $\lim\limits_{x\to\infty}(\sin\sqrt{x+1}-\sin\sqrt{x})$; д) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin^2(\pi\cdot 2^x)}{\ln(\cos\pi\cdot 2^x)}$; ђ) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x^2}-(\cos x)^{\sqrt{2}}}{x^2}$; е) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{a^x-x^a}{x-a}$;

ж) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1-2x}-\sqrt[3]{1-3x}}{x^2}$.

7. Одредити параметре $a,b\in\mathbf{R}$ тако да функција $f(x)$ буде непрекидна на $\mathbf{R}$:

а) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{3x^3+2x^2}{5x^2} & x\neq 0\\ a & x=0\end{cases}$; б) $f(x)=\begin{cases}x+a & x\le -1\\ 1+x-bx^2 & -1<x<1\\ -2x+3 & x\ge 1\end{cases}$;

в) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt{1+x}}{x} & x\neq 0\\ a & x=0\end{cases}$; г) $f(x)=\begin{cases}e^{x-2}-1 & x<2\\ a^2x^2+2ax+1 & x\ge 2\end{cases}$;

д) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2^{x+3}-64}{4^x-64} & x\neq 3\\ a & x=3\end{cases}$; ђ) $f(x)=\begin{cases}ax^2+bx+1 & |x|<1\\ \dfrac{2|x|+3}{x} & |x|\ge 1\end{cases}$.

8. Одредити асимптоте функција:

а) $f(x)=\dfrac{x^2-x-6}{x-2}$; б) $f(x)=\dfrac{x^2-2x+3}{x^2+4x-5}$; в) $f(x)=\dfrac{x^3-x+2}{(2x+3)^2(x-3)}$;

г) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+5x+4}}{x-2}$; д) $f(x)=\dfrac{\sqrt[3]{8x^3+2x^2}}{3x-1}$; ђ) $f(x)=\dfrac{3x+2}{\sqrt{x^2+x}}$;

е) $f(x)=(2x-1)\cdot\sqrt{\dfrac{x^2+1}{x^2-1}}$; ж) $f(x)=\sqrt[3]{x^3+4x^2}$; з) $f(x)=x+1-\sqrt{x^2+3x+2}$.

9. Одредити асимптоте функција:

а) $f(x)=\dfrac{x^2}{x-1}\cdot e^{1/(x-1)}$; б) $f(x)=\dfrac{1}{1-e^x}$; в) $f(x)=2x+\dfrac{e^x}{e^x-1}$;

г) $f(x)=(5-x)\cdot e^{1/(x-3)}$; д) $f(x)=\dfrac{x}{2-x}\cdot e^{1/x}$; ђ) $f(x)=\dfrac{x^2}{x-1}\cdot e^{1/(x-1)}$;

е) $f(x)=\ln\dfrac{2x+3}{3x-4}$; ж) $f(x)=x\cdot\ln\left(e^2+\dfrac{1}{x}\right)$; з) $f(x)=(1-2x)\cdot\ln\dfrac{x^2-1}{2x^2+1}$;

и) $f(x) = x \cdot \operatorname{arctg} x$;   ј) $f(x) = \dfrac{x-1}{x} \cdot \operatorname{arctg} \dfrac{x-1}{x}$;   к) $f(x) = x + \operatorname{arctg} \dfrac{1-x}{1+x}$;

л) $f(x) = \dfrac{x}{2} + \arccos \dfrac{2x}{1+x^2}$;   љ) $f(x) = \dfrac{1+\ln x}{1-\ln x}$;   м) $f(x) = \dfrac{\ln^2 x - 3\ln x + 1}{x}$.