

Домаћи за зимски распуст - други део

1. Одредити област дефинисаности функција:

а) $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$;

б) $\psi(x) = \ln(x^2 - 6x)$;

в) $y = \sqrt{\frac{(x-6)^2 \cdot (3-x)}{x+5}} + \sqrt[3]{\frac{5x^3 - 7x^2 + 8x - 2}{2x-3}}$;

г) $y = \sqrt{(8 + 2x - 15x^2) \log_{\frac{1}{2}}(x + 5)}$.

2. Одредити област дефинисаности функција:

а) $f(x) = \sqrt{\log(3x^2 - 2x)}$;

б) $y = \sqrt{\frac{x-3}{1-3x+2x^2}} + \sqrt[3]{\frac{x^2-4}{2x-7}}$;

в) $y = \arccos\left(\ln \frac{2x+1}{1-x}\right)$.

3. Израчунати граничне вредности :

а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x}$; б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}$; в) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 5x^2 + 8x - 6}{x^3 - 4x^2 + 5x - 6}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 5x^2 + 4}{x^6 - 64}$; д) $\lim_{x \rightarrow -5} \left(\frac{6(x+3)}{x^2 + 6x + 5} - \frac{5(x+2)}{x^2 + 5x} \right)$;

4. Израчунати граничне вредности:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt[3]{x^2 + 2}}{\sqrt[4]{x^4 + 1} - \sqrt{x^4 + 2}}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8x^3 + 6x^2 - 1} + \sqrt{4x^2 - 1}}{x + 2 + \sqrt{x - 2}}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x-5}$; г) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$; д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$;

ђ) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x} \right)$; е) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{1 - x}$; ж) $\lim_{x \rightarrow 64} \frac{\sqrt{x} - 8}{\sqrt[3]{x} - 4}$;

5. Одредити изводе функција:

а) $y = \frac{\sin x - x \cos x}{\cos x + x \sin x}$; б) $y = \cos x \cdot \sqrt{1 + \sin^2 x}$;

в) $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$; г) $y = x \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{a} - \frac{a}{2} \ln(x^2 + a^2)$

д) $y = \frac{1}{3} \ln(x + 1) - \frac{1}{6} \ln(x^2 - x + 1) + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2x - 1}{\sqrt{3}}$;

ђ) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}}$; е) $y = e^{ax} \sin bx$

6. Одредити једначине тангенти и нормала на криву у датој тачки:

а) $y = \frac{8a^3}{4a^2 + x^2}$ и $M(2a, y_0)$;

б) $y = x^2 + 4x + 1$ и тангента је нормална на праву одређену координатним почетком и теменом параболе ;

в) $y = 4x - x^2$ у тачкама пресека са осом Ox ;

г) $y = \frac{1}{2}(e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}})$ у тачки $M(2 \ln 2, y_0)$